

Introduzione alla fluidodinamica

Lo studio dei fluidi in movimento è l'oggetto di quella parte della fisica denominata fluidodinamica. I **fluidi** sono sostanze, allo stato liquido e aeriforme, di limitata coesione e densità; questo permette alle particelle che li costituiscono di muoversi piuttosto liberamente e di scorrere le une sulle altre. Caratteristica dei fluidi è perciò la scarsa resistenza alle deformazioni; allo stato gassoso la sostanza può essere compressa, e il suo volume cambiato a piacimento, nel caso dei liquidi invece il volume è chiaramente definito e si mantiene, nonostante le deformazioni.

Moto dei fluidi: equazione di bilancio energetico

Nella fluidodinamica tali sostanze sono analizzate in situazioni di moto; ci si riferisce quindi ai casi in cui il fluido scorre in un condotto, al suo passaggio da un serbatoio ad un tubo, ecc... Gli scambi di energia che avvengono in queste situazioni, sono riconducibili a quelli propri dell'energia cinetica. L'equazione fondamentale per il calcolo del moto dei fluidi rappresenta infatti, essenzialmente, la formulazione del teorema di conservazione dell'energia, applicata al caso del moto di un fluido. Essa è detta equazione di Bernoulli. Il problema centrale della fluidodinamica è la determinazione del vettore velocità u relativo a un determinato fluido una volta fornite opportune condizioni al contorno. Ciò è possibile, almeno in via teorica, utilizzando l'equazione di Navier (vedi Fig.1).

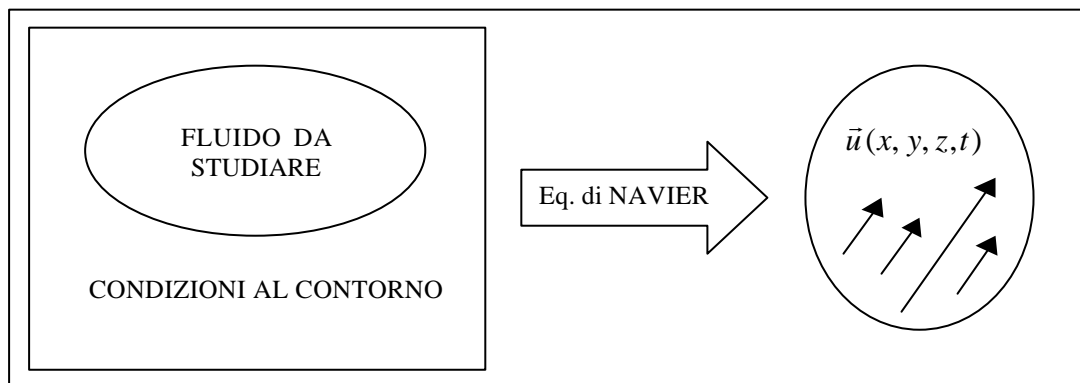


Fig.1 – l'eq. di Navier nello studio del moto dei fluidi

L'equazione di Navier è estremamente complessa: è una differenziale vettoriale in cui compaiono più termini rispetto alle equazioni relative ad altri problemi fisici (termini che complicano molto il tutto).

Si rende quindi necessario rinunciare a uno strumento estremamente generale e potente quale l'equazione di Navier a favore di un modello semplificato, di più limitata applicabilità ma anche più facilmente utilizzabile.

A questo punto definiamo quella che viene chiamata, a seconda dei casi, equazione di Bernoulli con le perdite, equazione di bilancio dell'energia di sistema aperto in forma meccanica, equazione del moto dei fluidi:

$$\frac{\alpha_2 w_2^2 - \alpha_1 w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_1^2 v \cdot dp + \int_1^2 T \cdot ds_i = -l \quad (1)$$

dove 1 e 2 sono, rispettivamente, le sezioni di entrata e di uscita del tubo di flusso; le w sono le velocità medie del fluido sulle sezioni e le α i coefficienti che tengono conto dei profili di velocità (si noti che spesso vengono omessi perché si considera il tubo di flusso piccolo e quindi le velocità del fluido pressoché costanti su ciascuna sezione di passaggio); g è l'accelerazione di gravità; le z rappresentano le quote delle sezioni (il tubo di flusso può infatti presentare gomiti); v è il volume specifico, p la pressione del fluido; l il lavoro specifico scambiato; T la temperatura assoluta, che viene integrata nella produzione entropica specifica all'interno del tubo di flusso per tenere conto dei fenomeni dissipativi. Ovviamente tutti gli addendi dell'equazione hanno la dimensione di un'energia specifica (J/Kg).

Trattandosi di un bilancio energetico è naturale che assomigli all'equazione ricavabile attraverso il 1° Principio per un generico sistema aperto:

$$\frac{\alpha_2 w_2^2 - \alpha_1 w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + h_2 - h_1 = q - l \quad (2)$$

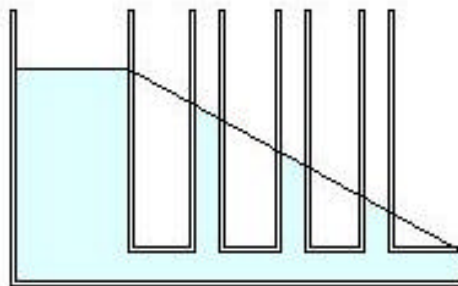
Questa è la "forma termica" del bilancio di energia nei sistemi aperti. Le differenze tra la (1) e la (2) sono puramente formali, trattandosi in realtà della stessa equazione (in fondo sono entrambe bilanci energetici, quindi non possono dire cose diverse relativamente allo stesso sistema!).

E' possibile passare dalla (2) alla (1) e viceversa tramite artifici qui non dimostrati.

Perdite di carico

Un liquido reale può considerarsi incompressibile, con un certo grado di approssimazione, ma presenta sempre una certa viscosità, proprietà analoga all'attrito nel moto dei solidi. Queste forze di attrito interno, che si sviluppano tra il fluido e il condotto in cui esso scorre, possono avere effetti notevoli sul moto. Si consideri il caso di un liquido in moto lungo un tubo cilindrico orizzontale: se il liquido fosse **perfetto** (caso limite del liquido reale), la pressione avrebbe lo stesso valore in tutte le sezioni, invece in un liquido **reale** la pressione diminuisce nel senso del moto, e tra due sezioni di liquido vi è sempre una differenza di pressione. Tale differenza è detta **perdita di carico**.

Il fenomeno è facilmente dimostrabile con l'apparecchio riprodotto in figura 1:



(fig 1)

Se Q è la portata, quando una massa $m = Q_0$ di liquido passa nell'unità di tempo dalla sezione in cui la pressione è p a quella in cui è p' , il lavoro fatto dalle forze di pressione è:

$$(p - p') \frac{m}{\rho} = (p - p') Q$$

Dal momento che, per ipotesi, il tubo ha sezione costante e la velocità del liquido è la stessa lungo le varie sezioni del tubo, non si ha variazione di energia cinetica, e il lavoro fatto dalle forze di

pressione va speso contro le forza di attrito; per questo nei vasi comunicanti del dispositivo in fig.1 il liquido non raggiunge la stessa quota.

Il fenomeno delle perdite di carico può avvenire:

- **per resistenze**, nel caso in cui non vi siano ostacoli lungo il condotto
- **per discontinuità**, nel caso in cui nel condotto siano presenti rubinetti, valvole, curve...

Inoltre le perdite di carico si distinguono in:

- **distribuite**
- **concentrate**.

Le prime sono le perdite associate al fattore di attrito tra il fluido e il condotto, alla viscosità, perciò dipendono dalla lunghezza del tubo; le altre avvengono quando sono introdotti nel tubo ostacoli che allontanano la situazione da quella ideale.

Per comprendere meglio il funzionamento del sistema analizziamo entrambi i casi, servendoci di un esempio: consideriamo un tubo, del quale abbiamo due sezioni distinte 1 e 2 .

Nel caso di perdite **distribuite**, tra le due sezioni numerate non ci sono ostacoli, e il tubo è dritto e uniforme.



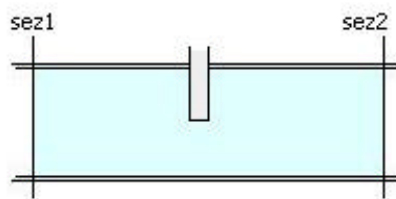
(fig.2)

L'equazione di Bernoulli, di conseguenza, sarà:

$$R = \frac{P_1 - P_2}{g}$$

A causa dell'attrito la pressione p cala in base ad R , ed R varierà in funzione della lunghezza del condotto considerato, ovvero della distanza tra le due sezioni 1 e 2.

Per le perdite **concentrate** inseriamo per esempio un rubinetto nel tubo:



(fig.3)

Per misurare le perdite di carico compressive, si dovranno aggiungere a quelle distribuite, le perdite dovute alla presenza di questo ostacolo.

In termini di calcoli, nell'equazione di Bernoulli calcoleremo le perdite distribuite, e, in presenza di ogni accidentalità, le perdite concentrate; per meglio precisare, **per ognuna** delle accidentalità andrà calcolato il termine di energia perduta.

- Analizziamo i due casi distintamente, partendo dalle *PERDITE DISTRIBUITE*.

Per comprendere con maggior chiarezza il meccanismo alla base del processo, è utile introdurre il **principio fisico di similitudine**: esso afferma che problemi geometrici e dinamici analoghi presentano analoghe tipologie di moto, quindi analoghe soluzioni.

Non esiste, infatti, in questo tipo di situazioni, una teoria chiara e semplice; si traggono le conclusioni in seguito a vari esperimenti, calcolando le variazioni del valore di R.

Analizzando le equazioni della fluidodinamica, deduciamo che R dipende da alcune grandezze:

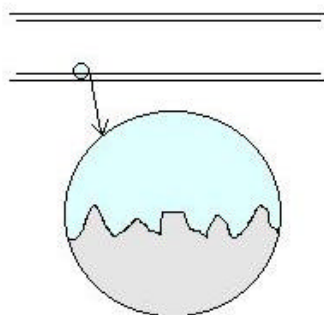
ε = scabrezza

D = diametro

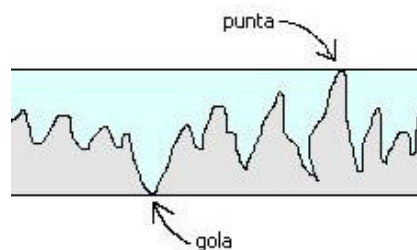
Re = numero di Reynolds

$$R = f[\varepsilon, D, Re]$$

Consideriamo la scabrezza, ε . Analizziamo la superficie laterale del tubo, aumentando la scala grafica nella rappresentazione: essa sarà sempre più o meno scabra. Non esiste, infatti, una situazione reale in cui si possa definire completamente liscia la superficie del condotto. La maggiore o minore scabrosità dipende dalla maggiore o minore distanza tra gole e punte della superficie.



(fig.4)



(fig.5)

Il valore di R, perciò, è stato ricavato empiricamente, ed espresso con la formula:

$$R_{distr} = \lambda \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{l}{D}$$

Ove:

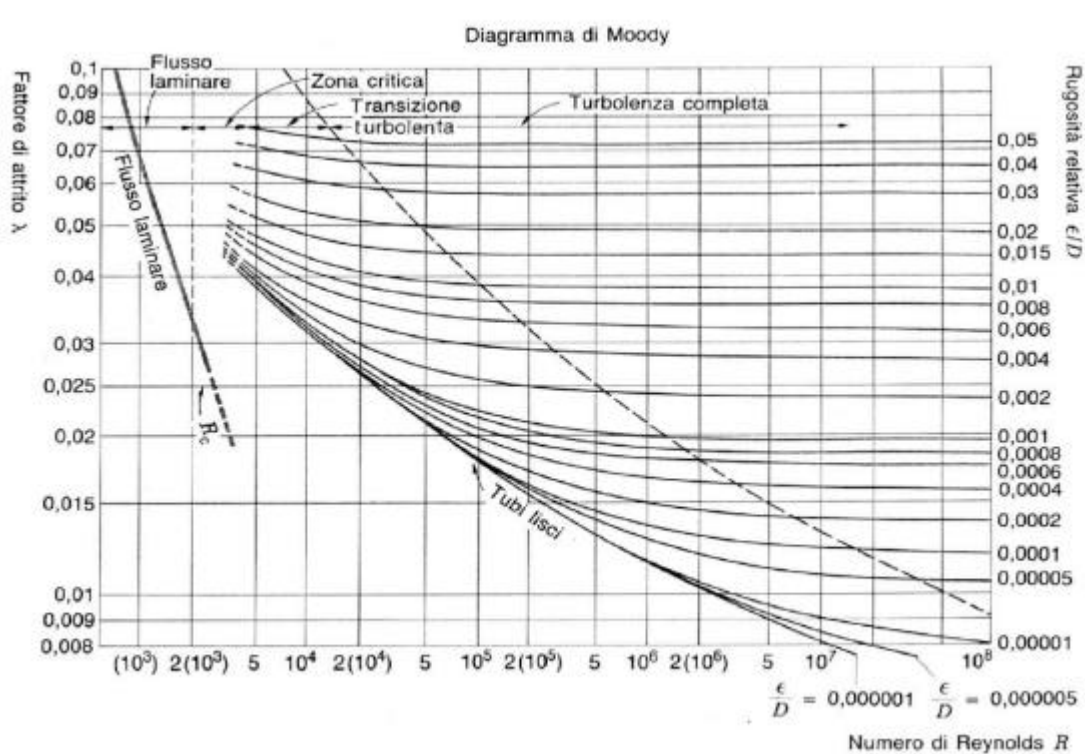
- è individua il coefficiente di attrito che sarà calcolato di volta in volta
- $w^2 / 2$ è l'energia cinetica
- l la lunghezza del tubo
- D il diametro del tubo

Conoscendo queste grandezze, sarà possibile calcolare la perdita di carico distribuita sulla sua lunghezza.

Diagramma di Moody

A seguito di numerosi esperimenti, è stato possibile ricavare un grafico che rappresenta i valori del fattore di attrito inteso come funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Il tabulato, riportato sotto, venne realizzato pressoché contemporaneamente da studiosi di fluidodinamica, di idraulica e di aerodinamica ed è conosciuto come **diagramma di Moody** o, in idraulica, arpa di Nikuradse, per la forma caratteristica.

Il diagramma, che è realizzato in scala doppio-logaritmica, riporta in ascissa il numero di Reynolds e in ordinata il fattore di attrito.



(fig.6)

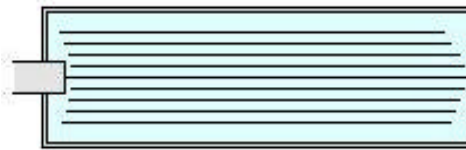
Nelle ipotesi di regime laminare completamente sviluppato con tubo di sezione circolare e superficie liscia la curva è un'iperbole equilatera.

Nel caso generale si possono riconoscere tre zone distinte, nel diagramma.

- La prima giunge fino a $Re = 2100$, e in essa la curva è rappresentata come una retta con pendenza negativa, e identifica il **moto** cosiddetto **laminare**;
- Nella seconda zona il diagramma non è indicato perché non se ne conosce l'andamento: è una zona critica, in cui il moto delle particelle è ambiguo, ed è rappresentato da valori intermedi alle altre due zone;
- L'ultima zona ha inizio per $Re = 4000 - 4100$, ed è rappresentativa del **regime turbolento**. In essa la curva decresce, a partire da un alto valore di fattore di attrito. In presenza di un tubo

liscio la curva decresce indefinitamente; se invece il tubo ha un certo grado di scabrosità il suo andamento tende a quello di una retta parallela all'asse delle ascisse, in corrispondenza di un certo numero di Reynolds. Con l'aumentare della scabrosità del tubo, che nel diagramma è riportata su un asse verticale a destra, il valore di tale numero diminuisce, rimanendo comunque piuttosto elevato, dell'ordine di 10^5 , 10^6 (valori così elevati del numero di Reynolds sono relativi a tubi con diametri molto grandi).

Il **moto laminare** è poco comune; esso esiste quando il fluido al suo interno è strutturato come “in lamine” e il suo moto avviene mediante lo scorrimento di tali lamine le une sulle altre, senza che tra esse avvenga un rimescolamento (fig.7). Esempi di moto laminare possono essere oli combustibili che hanno alte viscosità e velocità moderate, ma, come già detto, sono piuttosto rari.

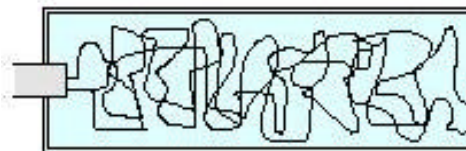


(fig.7)

In questo regime, λ ha un valore fisso, in funzione di Re , e in particolare

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

E' invece più facilmente riscontrabile il **moto** di tipo **turbolento** (fig.8); esso è preferibile, perché grazie al suo continuo rimescolamento, favorisce lo scambio termico.



(fig.8)

Si può notare che, nel diagramma, le curve che rappresentano il moto turbolento hanno nella prima parte un andamento discendente, ma gradualmente tendono a diventare orizzontali; questa particolare condizione facilita il calcolo, perché una volta ricavato il numero di Reynolds, e nota la scabrosità relativa $\frac{\epsilon}{D}$ (rapportata al diametro del condotto), sarà sufficiente controllare il valore ad esso associato sul grafico, per ottenere il fattore di attrito λ .

Diremo infatti che:

$$\lambda = f\left[Re, \frac{\epsilon}{D}\right]$$